

Tentamen Calculus voor Informatica en KI
4 april 2011

- Rekenmachine is niet toegestaan.
- Formuleblad is niet toegestaan.
- Schrijf met pen.
- Geef exacte antwoorden, tenzij anders vermeld.

1. Differentiëren [5 + 8 = 13 punten]

- (a) Bereken de afgeleide van de functie

$$f(x) = \sin(x^2) \cdot \cos^2(x)$$

- (b) Bereken de tweede orde Taylorbenadering rond $x = 0$ van de functie

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^x}$$

2. Integreren [5 + 5 = 10 punten]

- (a) Bereken de bepaalde integraal

$$\int_1^2 \frac{x^3 + 6}{x^3 + x} dx$$

- (b) Bereken de onbepaalde integraal

$$\int x^3 \cdot \ln(x^4 + 1) dx$$

3. Differentiaalvergelijking (1) [8 punten]

Gegeven is de differentiaalvergelijking $y' = y \cdot \sin(t)$.

Los de differentiaalvergelijking op met beginwaarde $y(0) = e$.

4. Functies van twee variabelen (1) [5 + 5 + 5 = 15 punten]

De functie $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = 2x^3y - 3x^2y^2 - \frac{1}{3}y^3 + y^2 + 3y$$

- (a) Bereken een vergelijking van het vlak V dat de grafiek van f raakt in het punt $P(1, 3, f(1, 3))$.
- (b) Bereken de kritieke punten van f .
- (c) Ga bij elk van de kritieke punten na of het een minimum, een maximum of een zadelpunt betreft.

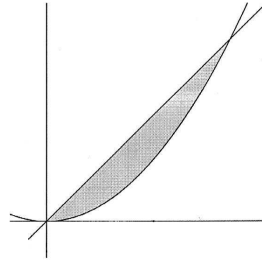
➤ lees verder ➤

5. Functies van twee variabelen (2) [10 punten]

Het gebied G wordt ingesloten door de y -as, de lijn $y = x$ en de grafiek van de functie $g(x) = x^2$. Bereken de integraal van de functie

$$f(x, y) = x \cdot e^y$$

over het gebied G .



6. Complexe getallen [5 + 5 = 10 punten]

Schrijf je antwoorden in deze opgave in de vorm $a + bi$.

- (a) Vind alle complexe getallen die voldoen aan de vergelijking

$$z^3 = 125i$$

- (b) Vind alle complexe getallen die voldoen aan de vergelijking

$$z^3 + 3z^2 + 8z + 6 = 0$$

7. Differentiaalvergelijking (2) [9 punten]

Geef de reële oplossingen van het beginwaardeprobleem

$$9x''(t) + 6x'(t) + 10x(t) = 0, \quad x(0) = 2, \quad x'(0) = 3$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{3} \pm i$$



einde

$$x(t) = 2e^{-\frac{1}{3}t} \cos(t) + 3\frac{2}{3}e^{-\frac{1}{3}t} \sin(t)$$